

电磁干扰对 IRS 辅助短包通信的影响

袁 磊, 雷 妍, 袁花花, 莫名秀

(兰州大学信息科学与工程学院, 甘肃兰州 730000)

摘要: 智能反射面(Intelligent Reflecting Surface, IRS)辅助通信被认为是未来无线网络中最具前景的技术之一。然而,当电磁干扰存在时,IRS在放大有用信号的同时也会放大干扰信号,从而导致IRS辅助通信系统的性能显著恶化。超可靠低延时通信(Ultra Reliable and Low Latency Communication, URLLC)是未来无线网络的一个重要应用场景。本文研究了电磁干扰对IRS辅助短包通信(Short Packet Communication, SPC)实现URLLC的影响。在假设小尺度衰落服从莱斯分布且IRS基于统计信道状态信息(Channel State Information, CSI)进行相位偏移调整的情况下,本文首先利用中心极限定理(Central Limit Theorem, CLT)、矩匹配方法以及SPC相关理论,推导出了用户平均块错误率(Block Error Rate, BLER)闭合表达式;其次,在用户可靠性约束下,提出了一种基于二分法的优化算法,以最小化系统传输时延;最后,通过仿真验证了理论分析的准确性。仿真结果表明:在用户可靠性约束条件下,相较于无电磁干扰环境,电磁干扰的存在显著削弱了通过增加IRS单元数目来降低SPC传输时延的能力。

关键词: 电磁干扰;智能反射面(IRS);超可靠低延时通信(URLLC);短包通信(SPC);统计信道状态信息(CSI)

基金项目: 甘肃省自然科学基金(No.22JR5RA490)

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2025)07-2470-12

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20241029

Impact of Electromagnetic Interference on IRS Aided Short-Packet Communication

YUAN Lei, LEI Yan, YUAN Hua-hua, MO Ming-xiu

(School of Information Science and Engineering, Lanzhou University, Gansu, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Intelligent reflecting surface (IRS) aided communication is regarded as one of the most promising techniques in the future wireless networks. When electromagnetic interference exists, the system performance of IRS aided communication degrades significantly due to the fact that IRS can amplify both the desired signal and the interference signal. Ultra reliable and low latency communication (URLLC) is an important application scenario in the future wireless networks. The impact of electromagnetic interference on IRS aided short-packet communication (SPC), which accomplishes URLLC, was analyzed in this paper. Under the assumption that small-scale fading followed Rician distribution and IRS used the statistical channel state information (CSI) to adjust the phase shifts, the closed-form expression for average block error rate (BLER) at the user is firstly derived by using the central limit theorem (CLT), moment matching method, and SPC related theory. Then, an optimization algorithm based on bisection search algorithm is proposed to minimize the system transmission latency under the reliability constraint of the user. Finally, simulation is used to validate the theoretical analysis. The simulation results show that, under the user's reliability constraint, the presence of electromagnetic interference obviously degrades the capability to lower the transmission latency by increasing the number of elements of IRS compared to the environment without electromagnetic interference.

Key words: electromagnetic interference; intelligent reflecting surface (IRS); ultra-reliable and low-latency communication (URLLC); short packet communication (SPC); statistical channel state information (CSI)

Foundation Item(s): The Natural Science Foundation of Gansu Province (No.22JR5RA490)

1 引言

由许多低成本的无源反射单元构成的智能反射面 (Intelligent Reflecting Surface, IRS) 被视为未来无线通信最具前景的一项技术. IRS 辅助通信通过动态调整智能反射单元的幅度和相位来实现重新配置无线传播环境,从而达到提升系统容量和扩大覆盖范围的目的^[1]. 与传统的中继方式相比,IRS 具有成本低、功耗低、部署灵活和几乎不会引入额外延时等优势. 文献[2]针对 IRS 辅助太赫兹通信系统提出了一种基于正则平行因子分解的信道估计算法,用于解决系统引入 IRS 导致所需信道估计开销过大的问题. 文献[3]则针对存在信道估计误差和硬件损伤的 IRS 辅助多天线通信系统提出了一种鲁棒能效优化算法. 相较于瞬时信道状态信息 (Channel State Information, CSI), 发射机更容易准确获取统计 CSI,且所需的信道估计开销小^[4]. 基于此,文献[5]分析了基于统计 CSI 的 IRS 辅助通信在莱斯衰落信道下的系统中断概率.

上述 IRS 辅助通信研究都是基于长包通信系统展开的. 超可靠低延时通信 (Ultra Reliable and Low Latency Communication, URLLC) 是未来无线通信系统设计的一个难点^[6]. 短包通信 (Short Packet Communication, SPC) 是实现 URLLC 的物理层潜在关键技术之一. 不同于长包通信,SPC 中基于无限码长假设的香农容量公式已不再适用. SPC 中数据传输的最大可达速率 (Maximal Achievable Rate, MAR) 与传输块长和块错误率 (Block Error Rate, BLER) 紧密相关^[7]. 近几年,将 IRS 和 SPC 相结合来实现 URLLC 受到学术界广泛关注. 文献[8]研究了在工业自动化场景下,基于瞬时 CSI 的 IRS 辅助单天线 SPC 系统在瑞利衰落信道下的性能,其利用矩匹配方法分析了当 IRS 采用连续相位偏移 (Continuous Phase Shift, CPS) 和离散相位偏移 (Discrete Phase Shift, DPS) 调整策略时,SPC 系统的平均 MAR 和平均 BLER. 研究结果显示:在相同发射功率和用户平均 BLER 约束下,相较于无 IRS 的系统,IRS 辅助 SPC 系统能显著降低系统传输时延. 文献[9]则将研究扩展到了莱斯衰落和 Nakagami-m 衰落信道中,同样证明了 IRS 辅助 SPC 系统相较于无 IRS 的系统在实现 URLLC 方面的性能优势.

在实际的无线传播环境中,除了受到信道衰落和高斯白噪声的影响,通信系统也常常受到同频干扰信号 (如邻近基站或者人为设置的干扰源产生的同频信号) 的影响而导致系统性能恶化. 在 IRS 辅助通信中,由于 IRS 不仅能够增强用户所需的有用信号,还能为干扰信号提供额外的传输路径,从而导致干扰问题变得更为严重. 文献[10]分析了同频干扰对 IRS 辅助单天线通信系统的平均接收信噪比 (Signal to Noise Ratio,

SNR) 的影响,其假设 IRS 基于瞬时 CSI 采用最优 CPS 调整策略,且所有传输链路服从瑞利衰落. 研究表明:与无干扰不同,IRS 辅助通信系统的接收 SNR 与 IRS 单元数目的平方成正比. 当存在同频干扰时,系统的接收信噪比 (Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR) 仅与 IRS 单元数目成正比,这是因为 IRS 在增强有用信号的同时,也会增强干扰信号,从而导致在存在干扰的情况下,增加 IRS 单元数目对系统 SINR 的改善效果会减弱. 此外,在某些干扰较强的场景下,IRS 辅助通信系统的性能甚至可能劣于无 IRS 的系统. 文献[11]分析了同频干扰对 IRS 辅助无蜂窝大规模多天线系统上行传输的频谱效率影响,研究指出电磁干扰会严重恶化 IRS 辅助通信系统的频谱效率. 文献[12]分析了同频干扰对 IRS 辅助全双工通信系统中断概率和遍历容量的影响,仿真结果表明:电磁干扰严重恶化了系统性能. 文献[13]则分析了在 Nakagami-m 衰落信道下,电磁干扰对 IRS 辅助下行非正交多址接入系统性能产生的负面影响,但其研究假定 IRS 仅增强用户信号而忽略了 IRS 对干扰信号的传输作用,使其应用场景受限. 不同于文献[10~13]采用瞬时 CSI 进行 IRS 相移偏移设计,文献[14]分析了存在同频干扰情况下,基于统计 CSI 的 IRS 辅助多天线通信系统在莱斯衰落信道下的遍历容量.

目前,电磁干扰对 IRS 辅助通信影响的研究大都集中在长包通信系统中. 虽然现有研究已证明在无电磁干扰时 IRS 辅助 SPC 是实现 URLLC 的一种有效手段,但是当电磁干扰存在时,电磁干扰对 IRS 辅助 SPC 实现 URLLC 带来的影响还有待深入研究. 基于此,本文分析电磁干扰对 IRS 辅助单用户 SPC 系统的平均 BLER 和传输块长影响. 具体来说,本文研究单个 IRS 辅助的多输入单输出 (Multiple Input Single Output, MISO) SPC 系统. IRS 与收发机间通过建立视距 (Line of Sight, LoS) 传输链路来帮助提升 SPC 系统性能,干扰源则通过 LoS 传输链路将干扰信号通过 IRS 级联信道传输到用户处. 为了实现低延时通信,无线接入点 (Access Point, AP) 通过利用低信道估计开销的统计 CSI 对 IRS 进行相位偏移调整,IRS 相位偏移调整策略考虑了 CPS 和低硬件实现复杂度的 DPS 两种策略.

本文的主要贡献包括:(1)针对电磁干扰环境下基于统计 CSI 的 IRS 辅助单用户 SPC 系统,利用中心极限定理 (Central Limit Theorem, CLT)、矩匹配方法和 SPC 相关理论推导得出了 IRS 采用最优 CPS 和 DPS 调整策略时 IRS 辅助 SPC 系统的平均 BLER 闭合表达式;(2)提出了一种基于二分法的优化算法,在用户可靠性约束下最小化系统传输块长;(3)仿真表明电磁干扰严重恶化了 IRS 辅助 SPC 系统实现 URLLC 的性能,在用户可

靠性约束下,相较于无电磁干扰环境,电磁干扰的存在会导致增加IRS单元数来降低SPC的传输时延能力显著减弱.

本文相关符号说明如下: $\Re(x)$ 、 $\Im(x)$ 、 $|x|$ 和 $\arg(x)$ 分别表示复数 x 的实部、虚部、模和辐角; $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整运算; $\text{diag}(\cdot)$ 表示以括号内元素为对角线元素的对角矩阵; $\mathbb{E}(\cdot)$ 表示均值运算; $f_X(x)$ 和 $F_X(x)$ 分别表示随机变量(Random Variable, RV) X 的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)和累积分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF); $\mathcal{CN}(a, b)$ 和 $\mathcal{N}(a, b)$ 分别表示均值为 a 、方差为 b 的复高斯和实高斯RV;Gamma(a, b)表示PDF为 $f_X(x) = \frac{x^{a-1}}{\Gamma(a)b^a} e^{-\frac{x}{b}}$ 的伽玛分布; $Q(\cdot)$ 、 $\Gamma(\cdot)$ 和 $\gamma(\cdot, \cdot)$ 分别表示高斯 Q 函数、伽玛函数和不完全伽玛函数; $W_{\eta_1, \eta_2}(\zeta)$ 表示Whittaker W 函数^[15]; \mathbf{I}_ν 表示阶数为 ν 的单位阵; $\|\cdot\|_2$ 表示Frobenius范数.

2 系统模型和用户处SINR统计特性分析

2.1 系统模型

本文考虑的系统模型如图1所示,其由一个AP、一个IRS、一个用户和一个干扰源构成.需要指出的是,虽然本文仅研究了单用户场景,但是本文的研究也适用于采用了时分多址的多用户场景.在采用时分多址的多用户系统中,AP在每个时隙利用IRS辅助通信服务一个用户,不同时隙来服务不同的用户.本文研究了在采用时分多址的多用户系统中,电磁干扰对单个用户在单一时隙内利用IRS辅助通信实现超可靠低时延通信的性能影响.在该系统中,电磁干扰对每个用户的性能影响的分析方法是相同的.基于此,为了简化描述,本文仅分析了单用户场景.本文假定AP具有 M 个天线,用户具有单个天线,此假设比较适合资源受限的物联网应用场景^[16].尽管AP与用户可以建立LoS传输链路,但由于AP离用户较远,为了提升用户接收信号质量,AP通过调控排成线性阵列由 $N(N \gg 1)$ 个无源反射单元构成的IRS的相位偏移(即反射波束)来达到改善AP与用户通过SPC来实现URLLC的目的.如文献[4,5]所述,为了充分发挥IRS的潜力,通过灵活部署IRS(如放置在建筑物表面的高处),可实现IRS与AP和用户间具有LoS传输链路.基于此,本文假定AP与用户、AP与IRS及IRS与用户间的小尺度衰落均服从莱斯分布.

AP与用户间的信道系数 $\mathbf{g}_0 \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ 表示为

$$\mathbf{g}_0 = \sqrt{\beta_0 d_0^{-\kappa_0}} \left(\sqrt{\frac{K_0}{K_0+1}} \bar{\mathbf{h}}_0 + \sqrt{\frac{1}{K_0+1}} \tilde{\mathbf{h}}_0 \right) \quad (1)$$

其中, β_0 为单位参考距离1 m处的路径损耗; d_0 为发射

机与用户间的距离; κ_0 为路径损耗指数; K_0 为莱斯因子; $\bar{\mathbf{h}}_0 \triangleq \mathbf{a}_M(\text{AoD}_0)$ 为莱斯信道的LoS分量, $\mathbf{a}_t(\theta) = \left[1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta}, \dots, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} (t-1) \sin \theta} \right]$ 为阵列响应矢量, $t \in \{M, N\}$, λ 为载波波长, $d=0.5\lambda$ 为阵元间距^[4], θ 为对应信道的发射角或到达角,AoD₀为AP到用户的发射角, $\tilde{\mathbf{h}}_0 \in \mathbb{C}^{1 \times M}$ 为服从 $\mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_M)$ 的非视距(Non Line of Sight, NLoS)分量,即 $\tilde{\mathbf{h}}_0$ 中每个元素都服从 $\mathcal{CN}(0, 1)$.

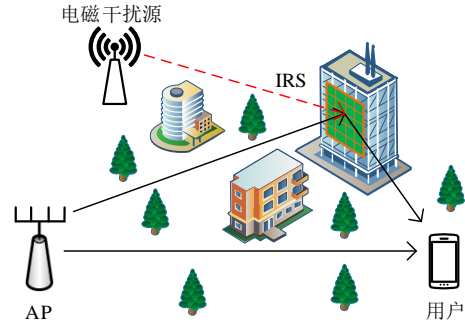


图1 电磁干扰环境下IRS辅助SPC系统模型

同理,AP与IRS间的信道系数 $\mathbf{g}_1 \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 及IRS与用户间的信道系数 $\mathbf{g}_2 \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ 分别表示为

$$\mathbf{g}_1 = \sqrt{\beta_0 d_1^{-\kappa_1}} \left(\sqrt{\frac{K_1}{K_1+1}} \bar{\mathbf{h}}_1 + \sqrt{\frac{1}{K_1+1}} \tilde{\mathbf{h}}_1 \right) \quad (2)$$

$$\mathbf{g}_2 = \sqrt{\beta_0 d_2^{-\kappa_2}} \left(\sqrt{\frac{K_2}{K_2+1}} \bar{\mathbf{h}}_2 + \sqrt{\frac{1}{K_2+1}} \tilde{\mathbf{h}}_2 \right) \quad (3)$$

其中, d_1 和 d_2 分别为AP到IRS和IRS到用户的距离; κ_1 和 κ_2 为相应链路的路径损耗指数; K_1 和 K_2 为相应链路的莱斯因子; $\bar{\mathbf{h}}_1 \triangleq \mathbf{a}_N(\text{AoA}_1)^H \mathbf{a}_M(\text{AoD}_1)$ 和 $\bar{\mathbf{h}}_2 \triangleq \mathbf{a}_N(\text{AoD}_2)$ 为相应链路的LoS分量,AoD₁和AoA₁分别为AP到IRS的发射角和到达角,AoD₂为IRS到用户的发射角; $\tilde{\mathbf{h}}_1 \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 和 $\tilde{\mathbf{h}}_2 \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ 分别为服从 $\mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_{NM})$ 和 $\mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_N)$ 的NLoS分量.

与文献[10]和文献[11]相同,本文仅考虑一个单天线的同频干扰源,假定干扰源与IRS间存在LoS通信链路,则干扰源与IRS间的小尺度衰落服从莱斯分布且干扰源与IRS单元间的信道系数 $\mathbf{g}_3 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 表示为

$$\mathbf{g}_3 = \sqrt{\beta_0 d_3^{-\kappa_3}} \left(\sqrt{\frac{K_3}{K_3+1}} \bar{\mathbf{h}}_3 + \sqrt{\frac{1}{K_3+1}} \tilde{\mathbf{h}}_3 \right) \quad (4)$$

其中, d_3 为干扰源到IRS中心的距离; κ_3 为路径损耗指数; K_3 为莱斯因子; $\bar{\mathbf{h}}_3 \triangleq \mathbf{a}_N(\text{AoA}_3)^H$ 为相应链路的LoS分量,AoA₃为干扰源到IRS的到达角; $\tilde{\mathbf{h}}_3 \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为服从 $\mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_N)$ 的NLoS分量.

AP和干扰源到用户的端到端信道衰落系数 G 和 H

分别为

$$G = (\mathbf{g}_2 \Phi \mathbf{g}_1 + \mathbf{g}_0) \mathbf{f}^H \quad (5)$$

$$H = \mathbf{g}_2 \Phi \mathbf{g}_3 \quad (6)$$

其中, $\Phi = \text{diag}(1, e^{j\theta_1}, \dots, e^{j\theta_n}) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 为相位偏移矩阵; θ_n 为第 n 个 IRS 单元的相位偏移值; \mathbf{f} 为 AP 给用户的功率归一化波束赋形矢量. 为了实现低延时通信, 与文献[4]相同, 本文中 AP 采用低信道估计开销的统计 CSI 进行 IRS 辅助通信系统设计. 当利用统计 CSI 进行 IRS 最优相位偏移调整时, 根据文献[5]可知, $\theta_n = \frac{2\pi d}{\lambda}(n-1)(\sin(\text{AoA}_1) - \sin(\text{AoD}_2)) + \phi_n$, 其中 ϕ_n 表示 CPS 或 DPS 调整策略所引入的相位误差. 当采用最优 CPS 调整策略时, $\phi_n = 0$; 当采用 q 比特量化的最优 DPS 调整策略时, ϕ_n 服从 $[-2^{-q}\pi, 2^{-q}\pi]$ 的均匀分布^[17]. 根据文献[14], 统计 CSI 下 AP 给用户的最优波束赋形矢量为 $\mathbf{f} = \frac{\bar{\mathbf{g}}_2 \Phi \bar{\mathbf{g}}_1 + \bar{\mathbf{g}}_0}{\|\bar{\mathbf{g}}_2 \Phi \bar{\mathbf{g}}_1 + \bar{\mathbf{g}}_0\|}$. 由图 1 所示的系统模型可知, 用户接收到的信号表达式为

$$y = G s_0 + H s_j + w \quad (7)$$

其中, s_0 为 AP 发射的功率为 P 的短包信号; s_j 为干扰源发射的功率为 P_j 的干扰信号; $w \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2)$ 为加性复高斯白噪声.

2.2 用户处 SINR 统计特性分析

由式(7)可知, 用户处的接收瞬时 SINR γ_u 为

$$\gamma_u = \frac{P|G|^2}{P_j|H|^2 + \sigma_w^2} \quad (8)$$

为了给出用户接收 SINR γ_u 的 CDF 表达式, 从而推导出用户处的平均 BLER, 首先需要确定端到端信道增益 $|G|^2$ 和 $|H|^2$ 的概率分布.

将式(1)~(3)代入式(5)中, 则 G 可表示为

$$G = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} A_1 &= \beta_0 \sqrt{d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2}} \sqrt{\frac{K_1 K_2}{(K_1+1)(K_2+1)}} \bar{\mathbf{h}}_2 \Phi \bar{\mathbf{h}}_1 \mathbf{f}^H \\ &+ \sqrt{\beta_0 d_0^{-\kappa_0}} \sqrt{\frac{K_0}{K_0+1}} \bar{\mathbf{h}}_0 \mathbf{f}^H \\ &= \beta_0 \sqrt{d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2}} \sqrt{\frac{K_1 K_2}{(K_1+1)(K_2+1)}} \mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H \sum_{n=1}^N e^{j\phi_n} \\ &+ \sqrt{\beta_0 d_0^{-\kappa_0}} \sqrt{\frac{K_0}{K_0+1}} \mathbf{a}_M(\text{AoD}_0) \mathbf{f}^H \end{aligned} \quad (10)$$

$$A_2 = \beta_0 \sqrt{d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2}} \sqrt{\frac{K_1}{(K_1+1)(K_2+1)}} \tilde{\mathbf{h}}_2 \Phi \tilde{\mathbf{h}}_1 \mathbf{f}^H \quad (11)$$

$$A_3 = \beta_0 \sqrt{d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2}} \sqrt{\frac{K_2}{(K_1+1)(K_2+1)}} \bar{\mathbf{h}}_2 \Phi \tilde{\mathbf{h}}_1 \mathbf{f}^H \quad (12)$$

$$A_4 = \beta_0 \sqrt{d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2}} \sqrt{\frac{1}{(K_1+1)(K_2+1)}} \tilde{\mathbf{h}}_2 \Phi \tilde{\mathbf{h}}_1 \mathbf{f}^H \quad (13)$$

$$A_5 = \sqrt{\beta_0 d_0^{-\kappa_0}} \sqrt{\frac{1}{K_0+1}} \tilde{\mathbf{h}}_0 \mathbf{f}^H \quad (14)$$

因为 $\tilde{\mathbf{h}}_0 \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_M)$ 和 $\|\mathbf{f}\|_2 = 1$, 利用循环对称特性可得 A_5 服从 $\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0 d_0^{-\kappa_0}}{K_0+1}\right)$. 由文献[5]可知, A_2 和 A_3 分别服从 $\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0^2 d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2} N K_1}{(K_1+1)(K_2+1)} |\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H|^2\right)$ 和 $\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0^2 d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2} N K_2}{(K_1+1)(K_2+1)}\right)$. 当 IRS 单元数目较大时, 利用 CLT 可以将 A_4 近似为 $\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0^2 d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2} N}{(K_1+1)(K_2+1)}\right)$ ^[5, 18]. 当采用最优 CPS 调整策略时, 因为 $\phi_n = 0$, 此时 A_1 的实部 $\Re(A_1)$ 和虚部 $\Im(A_1)$ 分别为

$$\begin{aligned} \Re(A_1) &= N D_2 C_1 \Re(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H) \\ &+ D_0 C_3 \Re(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_0) \mathbf{f}^H) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \Im(A_1) &= N D_2 C_1 \Im(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H) \\ &+ D_0 C_3 \Im(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_0) \mathbf{f}^H) \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} D_0 &= \sqrt{\beta_0 d_0^{-\kappa_0}}; \quad D_2 = \beta_0 \sqrt{d_1^{-\kappa_1} d_2^{-\kappa_2}}; \\ C_1 &= \sqrt{\frac{K_1 K_2}{(K_1+1)(K_2+1)}}; \quad C_3 = \sqrt{\frac{K_0}{K_0+1}}. \end{aligned}$$

当采用 q 比特量化的最优 DPS 调整策略时, 由文献[16]可知, 当 IRS 单元数目较大时, 利用独立同分布条件下的 CLT 可以将 $\sum_{n=1}^N e^{j\phi_n}$ 近似为一个复高斯 RV, 其实部和虚部分别服从均值为 $N\mu_{c1}$ 和 0、方差为 $N\sigma_c^2$ 和 $N\mu_s$ 的实高斯分布, 其中 $\mu_{c1} \triangleq \frac{2^q}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2^q}\right)$, $\mu_{c2} \triangleq \frac{1}{2} + \frac{2^{q-2}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2^{q-1}}\right)$, $\mu_s \triangleq \frac{1}{2} - \frac{2^{q-2}}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2^{q-1}}\right)$ 和 $\sigma_c^2 \triangleq \mu_{c2} - (\mu_{c1})^2$. 因此, 分析可得 $\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H \sum_{n=1}^N e^{j\phi_n}$ 的实部和虚部分别服从 $\mathcal{N}(a_p N\mu_{c1}, a_p^2 N\sigma_c^2 + b_p^2 N\mu_s)$ 和 $\mathcal{N}(b_p N\mu_{c1}, b_p^2 N\sigma_c^2 + a_p^2 N\mu_s)$, 其中 $a_p = \Re(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H)$ 和 $b_p = \Im(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1) \mathbf{f}^H)$. 进一步整理可得 A_1 的实部 $\Re(A_1)$ 和虚部 $\Im(A_1)$ 分别为

$$\Re(A_1) \sim \mathcal{N}\left(ND_2C_1\mu_{c1}a_p + D_0C_3a_f, ND_2^2C_1^2(\sigma_c^2a_p^2 + \mu_s b_p^2)\right) \quad (17)$$

$$\Im(A_1) \sim \mathcal{N}\left(ND_2C_1\mu_{c1}b_p + D_0C_3b_f, ND_2^2C_1^2(\sigma_c^2b_p^2 + \mu_s a_p^2)\right) \quad (18)$$

其中, $a_f = \Re(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_0)\mathbf{f}^H)$, $b_f = \Im(\mathbf{a}_M(\text{AoD}_0)\mathbf{f}^H)$.

在求出式(9)中每项的概率分布后,利用复高斯RV之和仍为复高斯RV的性质,即可求出 G 的概率分布.具体来说,当IRS单元数目较大时 G 的实部 $\Re(G)$ 和虚部 $\Im(G)$ 分别服从 $\mathcal{N}(\mu_{\Re1}, \sigma_{\Re1}^2)$ 和 $\mathcal{N}(\mu_{\Im1}, \sigma_{\Im1}^2)$,可得:

$$\mu_{\Re1} = \begin{cases} ND_2C_1a_p + D_0C_3a_f, & \text{CPS} \\ ND_2C_1\mu_{c1}a_p + D_0C_3a_f, & \text{DPS} \end{cases} \quad (19)$$

$$\mu_{\Im1} = \begin{cases} ND_2C_1b_p + D_0C_3b_f, & \text{CPS} \\ ND_2C_1\mu_{c1}b_p + D_0C_3b_f, & \text{DPS} \end{cases} \quad (20)$$

$$\sigma_{\Re1}^2 = \begin{cases} ND_2^2C_2 + D_0^2C_4, & \text{CPS} \\ ND_2^2(C_1^2(\sigma_c^2a_p^2 + \mu_s b_p^2) + C_2) + D_0^2C_4, & \text{DPS} \end{cases} \quad (21)$$

$$\sigma_{\Im1}^2 = \begin{cases} ND_2^2C_2 + D_0^2C_4, & \text{CPS} \\ ND_2^2(C_1^2(\sigma_c^2b_p^2 + \mu_s a_p^2) + C_2) + D_0^2C_4, & \text{DPS} \end{cases} \quad (22)$$

其中:

$$C_2 = \frac{\left(\|\mathbf{a}_M(\text{AoD}_1)\mathbf{f}^H\|^2 K_1 + K_2 + 1\right)}{2(K_1 + 1)(K_2 + 1)}$$

$$C_4 = \frac{1}{2(K_0 + 1)}.$$

得到 G 的概率分布后,分别计算 $|G|^2$ 的一阶原点矩和二阶原点矩,则有:

$$\mathbb{E}(|G|^2) = \mathbb{E}(\Re(G)^2) + \mathbb{E}(\Im(G)^2) \quad (23)$$

$$\mathbb{E}(|G|^4) = \mathbb{E}(\Re(G)^4) + \mathbb{E}(\Im(G)^4) + 2\mathbb{E}(\Re(G)^2)\mathbb{E}(\Im(G)^2) \quad (24)$$

利用文献[19]中高斯RV各阶原点矩的计算公式可求出 $\Re(G)$ 和 $\Im(G)$ 的二阶原点矩和四阶原点矩,从而得到 $|G|^2$ 的二阶原点矩和四阶原点矩.根据文献[8]和文献[9], $|G|^2$ 可以使用矩匹配方法利用下述引理1近似为伽玛分布.

引理 1 对于一个一阶原点矩和二阶原点矩分别为 $\mathbb{E}(X)$ 和 $\mathbb{E}(X^2)$ 的非负RV X ,其可以近似为一个形状参数为 $m = \frac{\mathbb{E}(X)^2}{\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2}$ 和尺度参数为 $\mu =$

$\frac{\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2}{\mathbb{E}(X)}$ 的伽玛分布RV,即 $X \sim \text{Gamma}(m, \mu)$.

此外,根据伽玛分布的性质,对于RV cX ,其中 c 为一个

正常数, $cX \sim \text{Gamma}(m, c\mu)$.

证明 详见文献[15].

利用引理1可以将 $|G|^2$ 近似为 $\text{Gamma}(m_x, \mu_x)$,可得:

$$m_x = \frac{\mathbb{E}(|G|^2)^2}{\mathbb{E}(|G|^4) - \mathbb{E}(|G|^2)^2} \quad (25)$$

$$\mu_x = \frac{\mathbb{E}(|G|^4) - \mathbb{E}(|G|^2)^2}{\mathbb{E}(|G|^2)} \quad (26)$$

同理,将式(3)和式(4)代入式(6)可得:

$$H = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \quad (27)$$

$$B_1 = \beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}} \sqrt{\frac{K_3 K_2}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}} \bar{\mathbf{h}}_2 \Phi \bar{\mathbf{h}}_3 \quad (28)$$

$$= \beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}} \sqrt{\frac{K_3 K_2}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}} \sum_{n=1}^N e^{j(\Omega_n + \phi_n)}$$

$$B_2 = \beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}} \sqrt{\frac{K_3}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}} \tilde{\mathbf{h}}_2 \Phi \tilde{\mathbf{h}}_3 \quad (29)$$

$$B_3 = \beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}} \sqrt{\frac{K_2}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}} \bar{\mathbf{h}}_2 \Phi \tilde{\mathbf{h}}_3 \quad (30)$$

$$B_4 = \beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}} \sqrt{\frac{1}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}} \tilde{\mathbf{h}}_2 \Phi \tilde{\mathbf{h}}_3 \quad (31)$$

其中, $\Omega_n = \frac{2\pi d}{\lambda} (n-1)(\sin(\text{AoA}_1) - \sin(\text{AoA}_3))$. 与前述

分析相同, B_2 和 B_3 分别服从 $\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0^2 d_2^{-K_2} d_3^{-K_3} N K_3}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}\right)$ 和

$\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0^2 d_2^{-K_2} d_3^{-K_3} N K_2}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}\right)$, 且当IRS单元数目较大时,

B_4 近似服从 $\mathcal{CN}\left(0, \frac{\beta_0^2 d_2^{-K_2} d_3^{-K_3} N}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}\right)$. 当IRS采用最优

CPS调整策略时(即 $\phi_n = 0$), B_1 为常数即

$\beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}} \sqrt{\frac{K_3 K_2}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}} \sum_{n=1}^N e^{j\Omega_n}$. 利用等比求和公

式,可得 $\sum_{n=1}^N e^{j\Omega_n} = \frac{1 - e^{jN\Omega_1}}{1 - e^{j\Omega_1}}$,进而可以求出CPS调整策略

下 B_1 的实部 $\Re(B_1)$ 和虚部 $\Im(B_1)$ 分别为

$$\Re(B_1) = D_3 C_5 \Re\left(\frac{1 - e^{jN\Omega_1}}{1 - e^{j\Omega_1}}\right) \quad (32)$$

$$\Im(B_1) = D_3 C_5 \Im\left(\frac{1 - e^{jN\Omega_1}}{1 - e^{j\Omega_1}}\right) \quad (33)$$

其中, $D_3 = \beta_0 \sqrt{d_3^{-K_3} d_2^{-K_2}}$ 和 $C_5 = \sqrt{\frac{K_3 K_2}{(K_3 + 1)(K_2 + 1)}}$. 当

IRS 采用 q 比特量化的最优 DPS 调整策略时, $B_1 = D_3 C_5 \sum_{n=1}^N e^{j(\Omega_n + \phi_n)}$. 因为 ϕ_n 服从 $[-2^{-q}\pi, 2^{-q}\pi]$ 的均匀分布, 所以可以求出 $\Re(e^{j(\Omega_n + \phi_n)})$ 的均值和方差分别为 $U_{1n} \triangleq \frac{2^{q-1}}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2^q} - \Omega_n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2^q} + \Omega_n\right) \right)$ 和 $V_{1n} = U_{2n} - (U_{1n})^2$, 其中 U_{2n} 表示 $\Re(e^{j(\Omega_n + \phi_n)})$ 的二阶原点矩, 其为

$$U_{2n} \triangleq \frac{1}{2} + \frac{2^{q-3}}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2^{q-1}} - 2\Omega_n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2^{q-1}} + 2\Omega_n\right) \right) \quad (34)$$

同理可以求出 $\Im(e^{j(\Omega_n + \phi_n)})$ 的均值和方差分别为 $U_{3n} \triangleq -\frac{2^{q-1}}{\pi} \left(\cos\left(\frac{\pi}{2^q} + \Omega_n\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2^q} - \Omega_n\right) \right)$ 和 $V_{2n} = U_{4n} - (U_{3n})^2$, 其中 U_{4n} 表示 $\Im(e^{j(\Omega_n + \phi_n)})$ 的二阶原点矩, 其为

$$U_{4n} \triangleq \frac{1}{2} - \frac{2^{q-3}}{\pi} \left(\sin\left(\frac{\pi}{2^{q-1}} - 2\Omega_n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2^{q-1}} + 2\Omega_n\right) \right) \quad (35)$$

进一步利用文献[20]中独立不同分布条件下的 CLT (即文献[20]中 5.2 节的 Lyapunov 定理) 可知, $\sum_{n=1}^N e^{j(\Omega_n + \phi_n)}$ 可以近似为一个复高斯 RV, 其实部和虚部分别服从均值为 μ_{c3} 和 μ_{c4} , 方差为 σ_{c3}^2 和 σ_{c4}^2 的实高斯分布, 其中 $\mu_{c3} \triangleq \sum_{n=1}^N U_{1n}$, $\mu_{c4} \triangleq \sum_{n=1}^N U_{2n}$, $\sigma_{c3}^2 \triangleq \sum_{n=1}^N V_{1n}$ 和 $\sigma_{c4}^2 \triangleq \sum_{n=1}^N V_{2n}$. 基于上述分析可求出 DPS 调整策略下 B_1 的实部 $\Re(B_1)$ 和虚部 $\Im(B_1)$ 分别服从 $\mathcal{N}(\mu_{\text{RB}}, \sigma_{\text{RB}}^2)$ 和 $\mathcal{N}(\mu_{\text{EB}}, \sigma_{\text{EB}}^2)$, 其中 $\mu_{\text{RB}} = D_3 C_5 \mu_{c3}$, $\mu_{\text{EB}} = D_3 C_5 \mu_{c4}$, $\sigma_{\text{RB}}^2 = D_3^2 C_5^2 \sigma_{c3}^2$ 和 $\sigma_{\text{EB}}^2 = D_3^2 C_5^2 \sigma_{c4}^2$.

在求出式(27)中每项的概率分布后, 利用复高斯 RV 之和仍为复高斯 RV 的性质, 即可求出 H 的概率分布. H 的实部 $\Re(H)$ 和虚部 $\Im(H)$ 分别服从 $\mathcal{N}(\mu_{\Re 2}, \sigma_{\Re 2}^2)$ 和 $\mathcal{N}(\mu_{\Im 2}, \sigma_{\Im 2}^2)$, 可得:

$$\mu_{\Re 2} = \begin{cases} D_3 C_5 \Re\left(\frac{1 - e^{jN\Omega_2}}{1 - e^{j\Omega_2}}\right), & \text{CPS} \\ D_3 C_5 \mu_{c3}, & \text{DPS} \end{cases} \quad (36)$$

$$\mu_{\Im 2} = \begin{cases} D_3 C_5 \Im\left(\frac{1 - e^{jN\Omega_2}}{1 - e^{j\Omega_2}}\right), & \text{CPS} \\ D_3 C_5 \mu_{c4}, & \text{DPS} \end{cases} \quad (37)$$

$$\sigma_{\Re 2}^2 = \begin{cases} ND_3^2 C_6, & \text{CPS} \\ D_3^2 (C_5^2 \sigma_{c3}^2 + NC_6), & \text{DPS} \end{cases} \quad (38)$$

$$\sigma_{\Im 2}^2 = \begin{cases} ND_3^2 C_6, & \text{CPS} \\ D_3^2 (C_5^2 \sigma_{c4}^2 + NC_6), & \text{DPS} \end{cases} \quad (39)$$

其中, $C_6 = \frac{(K_3 + K_2 + 1)}{2(K_3 + 1)(K_2 + 1)}$. 得到 H 的概率分布后, 计

算 $|H|^2$ 的一阶原点矩和二阶原点矩, 则有:

$$\mathbb{E}(|H|^2) = \mathbb{E}(\Re(H)^2) + \mathbb{E}(\Im(H)^2) \quad (40)$$

$$\mathbb{E}(|H|^4) = \mathbb{E}(\Re(H)^4) + \mathbb{E}(\Im(H)^4) + 2\mathbb{E}(\Re(H)^2)\mathbb{E}(\Im(H)^2) \quad (41)$$

在根据高斯 RV 各阶原点矩计算式求出 $\Re(H)$ 和 $\Im(H)$ 的二阶原点矩和四阶原点矩后, 即可得到 $|H|^2$ 的二阶原点矩和四阶原点矩, 再利用引理 1 可将 $|H|^2$ 近似为 $\text{Gamma}(m_y, \mu_y)$, 则有:

$$m_y = \frac{\mathbb{E}(|H|^2)^2}{\mathbb{E}(|H|^4) - \mathbb{E}(|H|^2)^2} \quad (42)$$

$$\mu_y = \frac{\mathbb{E}(|H|^4) - \mathbb{E}(|H|^2)^2}{\mathbb{E}(|H|^2)} \quad (43)$$

在确定 $|G|^2$ 和 $|H|^2$ 的概率分布后, 下文给出一个定理 1 来确定 SINR_{γ_u} 的 CDF 表达式.

定理 1 对于非零常数 b 及两个相互独立的 RV $X \sim \text{Gamma}(\alpha_1, \beta_1)$ 和 $Y \sim \text{Gamma}(\alpha_2, \beta_2)$, RV $Z = \frac{X}{Y+b}$ 的 CDF 闭合表达式为

$$F_Z(z) = \begin{cases} 1 - \frac{\beta_2^{\alpha_2} e^{-\beta_2 z b} E_1(z)}{\Gamma(\alpha_2)}, & \alpha_1 \text{ 为整数} \\ \beta_2^{\alpha_2} e^{\frac{(\beta_2 - \beta_1) z b}{2}} E_2(z), & \alpha_1 \text{ 为非整数} \end{cases} \quad (44)$$

其中:

$$E_1(z) = \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \sum_{r=0}^k \frac{(\beta_1 z)^k b^r}{r!(k-r)!} \frac{(\alpha_2 + k - r - 1)!}{(\beta_2 + \beta_1 z)^{\alpha_2 + k - r}} \quad (45)$$

$$E_2(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\beta_1 z)^{\alpha_1 + k} b^{\frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + k - 1)}{2}}}{\Gamma(\alpha_1 + k + 1) (\beta_2 + \beta_1 z)^{\frac{(\alpha_1 + \alpha_2 + k + 1)}{2}}} \times W_{\left(\frac{\alpha_1 - \alpha_2 + k + 1}{2}, \frac{-\alpha_1 - \alpha_2 - k}{2}\right)} \left((\beta_2 + \beta_1 z) b \right) \quad (46)$$

证明 详见附录 A.

利用定理 1, 令 $X = P|G|^2$, $Y = P_J|H|^2$ 和 $b = \sigma_w^2$, 将 $\alpha_1 = m_x$, $\alpha_2 = m_y$, $\beta_1 = 1/(P\mu_x)$ 和 $\beta_2 = 1/(P_J\mu_y)$ 代入式(44) 即可得到两种相位偏移调整策略下用户 SINR_{γ_u} 的 CDF 闭合表达式.

3 平均 BLER 分析及传输块长优化

由文献[7]可知在 SPC 中, 当传输块长为 T , 瞬时 SNR 为 γ 及 BLER 为 ε 时, 在加性复高斯白噪声信道下的 MAR $R(T, \varepsilon, \gamma)$ 为

$$R(T, \varepsilon, \gamma) = C(\gamma) - \sqrt{\frac{V(\gamma)}{T}} Q^{-1}(\varepsilon) + O\left(\frac{\log_2 T}{T}\right) \quad (47)$$

其中, $C(\gamma) = \log_2(1 + \gamma)$ 为香农容量; $V(\gamma) = (1 - (1 + \gamma)^{-2})$ ($\log_2 e$)² 为信道散度; $Q^{-1}(\cdot)$ 为高斯 Q 函数的反函数; $O\left(\frac{\log_2 T}{T}\right)$ 为高阶余项其在 $T \geq 100$ 时可忽略^[21], MAR 的单位为比特每符号 (Bits Per Symbol, BPS).

假设 F 表示 AP 要传输给用户的信息比特数目, 那么 MAR 可以表示为 $R(T, \varepsilon, \gamma) = F/TBPS$. 由文献[21]可知, 当 $T \geq 100$ 时, BLER ε 可以近似为

$$\varepsilon \approx Q\left(\frac{C(\gamma_u) - R}{\sqrt{V(\gamma_u)/T}}\right) \quad (48)$$

进而在无线衰落信道下的平均 BLER $\bar{\varepsilon}$ 为

$$\bar{\varepsilon} \approx \int_0^\infty Q\left(\frac{C(x) - R}{\sqrt{V(x)/T}}\right) f_{\gamma_u}(x) dx \quad (49)$$

其中, $f_{\gamma_u}(x)$ 为 γ_u 的 PDF. 由于高斯 Q 函数的复杂性, 无法利用式(49)直接给出 $\bar{\varepsilon}$ 的闭合表达式. 因此, 根据文献[16], 本文将 $Q\left(\frac{C(\gamma_u) - R}{\sqrt{V(\gamma_u)/T}}\right)$ 近似为

$$Z(\gamma_u) = \begin{cases} 1, & 0 < \gamma_u \leq v_1 \\ 1 - a(\gamma_u - v_1)^2, & v_1 < \gamma_u \leq v_2 \\ \frac{1}{2} - k(\gamma_u - o), & v_2 < \gamma_u \leq v_3 \\ b(\gamma_u - v_4)^2, & v_3 < \gamma_u \leq v_4 \\ 0, & v_4 < \gamma_u \end{cases} \quad (50)$$

其中, $k = \sqrt{T}/\sqrt{2\pi(2^{2R} - 1)}$, $o = 2^R - 1$, $v_1 = o - 1/k$, $v_2 = o - 1/4k$, $v_3 = o + 1/3k$, $v_4 = o + 3/2k$, $a = 4k^2/9$ 和 $b = 6k^2/49$. 利用式(50)可将平均 BLER 近似为

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &\approx \int_0^\infty Z(x) f_{\gamma_u}(x) dx \\ &= 2a \int_{v_1}^{v_2} (x - v_1) F_{\gamma_u}(x) dx + k \int_{v_2}^{v_3} F_{\gamma_u}(x) dx \\ &\quad - 2b \int_{v_3}^{v_4} (x - v_4) F_{\gamma_u}(x) dx \end{aligned} \quad (51)$$

其中, $F_{\gamma_u}(x)$ 为 γ_u 的 CDF. 将式(51)中三项分别利用高斯切比雪夫 (Gaussian Chebyshev Quadrature, GCQ) 积分法计算可得:

$$\begin{aligned} &2a \int_{v_1}^{v_2} (x - v_1) F_{\gamma_u}(x) dx \\ &\approx a \Delta v_1^- \sum_{i=1}^{M_x} w_i \left(\frac{\Delta v_1^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_1^-}{2} \right) F_{\gamma_u} \left(\frac{\Delta v_1^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_1^-}{2} \right) \end{aligned} \quad (52)$$

$$k \int_{v_2}^{v_3} F_{\gamma_u}(x) dx \approx k \frac{\Delta v_2^-}{2} \sum_{i=1}^{M_x} w_i F_{\gamma_u} \left(\frac{\Delta v_2^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_2^-}{2} \right) \quad (53)$$

$$\begin{aligned} &2b \int_{v_3}^{v_4} (x - v_4) F_{\gamma_u}(x) dx \\ &\approx b \Delta v_3^- \sum_{i=1}^{M_x} w_i \left(\frac{\Delta v_3^-}{2} x_i - \frac{\Delta v_3^-}{2} \right) F_{\gamma_u} \left(\frac{\Delta v_3^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_3^-}{2} \right) \end{aligned} \quad (54)$$

其中, $\Delta v_1^+ = v_1 + v_2$, $\Delta v_1^- = v_2 - v_1$, $\Delta v_2^+ = v_2 + v_3$, $\Delta v_2^- = v_3 - v_2$, $\Delta v_3^+ = v_3 + v_4$, $\Delta v_3^- = v_4 - v_3$, $w_i = \frac{\pi}{M_x} \sqrt{1 - x_i^2}$ 和 $x_i =$

$\cos\left(\frac{2i-1}{2M_x}\right)\pi$; M_x 为 GCQ 积分法中选取的项数. 利用式(52)~(54)可得平均 BLER 的闭式解为

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} &\approx a \Delta v_1^- \sum_{i=1}^{M_x} w_i \left(\frac{\Delta v_1^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_1^-}{2} \right) F_{\gamma_u} \left(\frac{\Delta v_1^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_1^-}{2} \right) \\ &\quad + k \frac{\Delta v_2^-}{2} \sum_{i=1}^{M_x} w_i F_{\gamma_u} \left(\frac{\Delta v_2^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_2^-}{2} \right) \\ &\quad - b \Delta v_3^- \sum_{i=1}^{M_x} w_i \left(\frac{\Delta v_3^-}{2} x_i - \frac{\Delta v_3^-}{2} \right) F_{\gamma_u} \left(\frac{\Delta v_3^-}{2} x_i + \frac{\Delta v_3^-}{2} \right) \end{aligned} \quad (55)$$

将利用定理 1 得到的两种相位偏移调整策略下 SINR γ_u 的 CDF 表达式代入式(55), 即可求得本文所考虑系统用户的平均 BLER.

当存在电磁干扰时, 满足用户平均 BLER 约束下最小化 IRS 辅助 SPC 系统传输块长的优化问题可表述为

$$\begin{aligned} &T_{\min} = \min_T T, \\ &\text{s.t. } \bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}^{\text{th}} \\ &M_{\min} \leq T \leq M_{\max}, \quad T \text{ 为整数} \end{aligned} \quad (56)$$

其中, $\bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 为用户要求的平均 BLER 门限; $M_{\min} = 100$ 为保证式(47)准确性的最小值; M_{\max} 为系统受时延约束所允许的最大传输符号数目.

由于平均 BLER 是传输块长的单调递减函数^[22], 所以在给定的 P, P_j, F 和 IRS 相关参数下, 可以采用与文献[23]相同的二分法来求解, 其具体算法见算法 1.

算法 1 包含了三种情况. 当 $T = M_{\max}$ 时, $\bar{\varepsilon} > \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 被满足, 则由平均 BLER 是传输块长的单调递减函数可知, 在区间 $[M_{\min}, M_{\max}]$ 内优化问题式(56)无解; 当 $T = M_{\min}$ 时, $\bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 被满足, 那么式(56)的解为 $T_{\min} = M_{\min}$; 当 $T = M_{\max}$ 满足 $\bar{\varepsilon} \leq \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 且 $T = M_{\min}$ 满足 $\bar{\varepsilon} > \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 时, 利用单调性可知, T_{\min} 必在区间 $[M_{\min}, M_{\max}]$ 内, 其可以利用二分法求出. 由文献[24]给出的二分法计算复杂度公式可知, 算法 1 的计算复杂度为 $O(\log_2(M_{\max} - M_{\min}))$.

4 数值仿真与分析

本节利用 Matlab 软件来仿真验证前述理论分析的正确性, 并量化分析电磁干扰对 IRS 辅助 SPC 的影响. 与文献[5]相同, 单位参考距离 1 m 处的路径损耗为 $\beta_0 = -30$ dB, 高斯白噪声功率为 $\sigma_w^2 = -90$ dBm,

算法 1 T_{\min} 求解算法

输入: 通信系统参数 N 、 M 、 K_0 、 K_1 、 K_2 、 d_0 、 d_1 、 d_2 、 d_3 、 κ_0 、 κ_1 、 κ_2 、 κ_3 、 β_0 、 q 、 P 、 P_j 、 F 、 AoD_0 、 AoD_1 、 AoD_2 、 AoA_1 、 AoA_3 、 σ_w^2 和 $\bar{\varepsilon}^{\text{th}}$

输出: 最小块长 T_{\min}

初始化 $T^- = M_{\min}$, $T^+ = M_{\max}$

(1) 计算 T^- 对应的平均 BLER $\bar{\varepsilon}^-$

(2) 计算 T^+ 对应的平均 BLER $\bar{\varepsilon}^+$

(3) IF $\bar{\varepsilon}^+ < \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ THEN

(4) 令 $T_{\min} = -1$, 其中 -1 表示无解

(5) ELSE IF $\bar{\varepsilon}^- < \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ THEN

(6) 令 $T_{\min} = M_{\min}$

(7) ELSE

(8) WHILE $T^+ - T^- \neq 1$ DO

(9) 令 $\hat{T} = \left\lfloor \frac{T^- + T^+}{2} \right\rfloor$ 并计算对应的平均 BLER $\hat{\varepsilon}$

(10) IF $\hat{\varepsilon} < \bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ THEN

(11) 令 $T^+ = \hat{T}$

(12) ELSE

(13) 令 $T^- = \hat{T}$

(14) END

(15) END

(16) 令 $T_{\min} = T^+$

(17) END

(18) 返回 T_{\min}

载波频率为 5.9 GHz, 发射功率取值范围在区间 $[-5 \text{ dBm}, 30 \text{ dBm}]$ 内, AP 与 IRS、IRS 与用户、干扰源与 IRS 及 AP 与用户间的路径损耗指数分别为 $\kappa_1 = 2.2$ 、 $\kappa_2 = 2.5$ 、 $\kappa_3 = 3$ 和 $\kappa_0 = 3.5$. AP 与 IRS 间距离为 $d_1 = 80 \text{ m}$, IRS 与用户间距离为 $d_2 = 20 \text{ m}$, 电磁干扰源与 IRS 间距离为 $d_3 = 20 \text{ m}$, AP 与用户间距离为 $d_0 = 90 \text{ m}$. 本文设定莱斯因子为 $K_0 = K_1 = K_2 = K_3 = 3 + 2\sqrt{3}^{[25]}$, AP 到用户、AP 到 IRS 和 IRS 到用户的发射角分别为 $\text{AoD}_0 = \pi/6$ 、 $\text{AoD}_1 = \pi/3$ 和 $\text{AoD}_2 = \pi/6$, AP 到 IRS 和干扰源到 IRS 的到达角分别为 $\text{AoA}_1 = \pi/3$ 和 $\text{AoA}_3 = \pi/8^{[14]}$, AP 天线数为 $M = 4^{[26]}$, AP 传输给用户的短包中信息比特数目为 $F = 100^{[9]}$. 根据文献[27], 本文假定系统受时延约束下允许的 SPC 中最大传输符号数为 $M_{\max} = 1832$, DPS 调整策略中的量化比特数目为 $q = 2$, 其他仿真参数在每个图中说明.

为了验证第 3 节给出的平均 BLER 闭合表达式的准确性, 图 2 给出了 $T = 100$ 、 $N = 128$ 和 IRS 采用最优 CPS 与 DPS 调整策略时, 在不同干扰功率 P_j 情况下, 用户平均 BLER $\bar{\varepsilon}$ 随 AP 发射功率 P 变化的曲线. P_j 考虑了其大小为 0 (即无电磁干扰)、20 dBm 和 30 dBm 三种情况. 此外, 图 2 也给出了无 IRS 时 $\bar{\varepsilon}$ 随 P 变化的曲线. 由图 2 可以得出以下结论. 首先, 仿真结果与利用式(55)

所得理论结果相一致, 从而验证了本文理论推导的正确性. 其次, 当无电磁干扰时, 相比于无 IRS 的系统, IRS 辅助 SPC 极大地改善了系统可靠性, 如在 $P = 0 \text{ dBm}$ 时, 无 IRS 的系统的 $\bar{\varepsilon}$ 为 1, 而采用最优 CPS 调整策略的 IRS 辅助通信系统的 $\bar{\varepsilon}$ 仅为 8×10^{-3} . 再次, 相较于 CPS 调整策略, IRS 采用低实现复杂度的 DPS 调整策略使 IRS 辅助通信系统性能恶化. 例如, 当无电磁干扰时, 为了达到 $\bar{\varepsilon} = 10^{-5}$, IRS 采用 2 bits 量化的 DPS 调整策略所需的 AP 发射功率从采用 CPS 调整策略时所需的 2 dBm 增大到 3.5 dBm. 最后, 当存在电磁干扰时, 由于 IRS 能够为干扰信号提供额外的传输路径, 从而导致 IRS 辅助 SPC 性能恶化. 此外, 当干扰功率 P_j 较大时, IRS 辅助 SPC 的性能甚至可能劣于无 IRS 的系统. 例如, 在 $P_j = 20 \text{ dBm}$ 时, 为了达到 $\bar{\varepsilon} = 10^{-1}$, 采用 CPS 调整策略的 IRS 辅助 SPC 系统所需的 AP 发射功率, 从无电磁干扰 (即 $P_j = 0$) 时的 -1 dBm 增大到了 2 dBm, 但其仍低于无 IRS 系统所需的 5 dBm, 但当 $P_j = 30 \text{ dBm}$ 时, IRS 辅助通信系统所需的 AP 发射功率增大到了 6 dBm, 此时 IRS 辅助通信系统性能劣于无 IRS 系统.

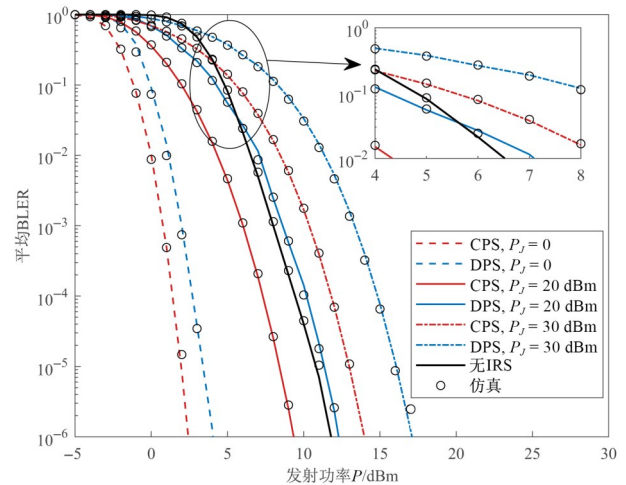


图 2 平均 BLER 随发射功率变化曲线

图 3 给出了 $T = 100$ 、 $P = 0 \text{ dBm}$ 和 IRS 采用最优 CPS 与 DPS 调整策略时, 不同电磁干扰功率 P_j 下用户平均 BLER 随 IRS 单元数目变化的曲线. 图 3 考虑了干扰功率 P_j 为 0、15 dBm 和 20 dBm 三种情况. 由图 3 可知, 无论有无电磁干扰, 用户平均 BLER 都会随着 IRS 单元数目的增加而降低, 但是随着干扰功率的增加, 为了达到相同的用户平均 BLER, 系统所需 IRS 单元数目增加, 且用户平均 BLER 降低相同数量级所需增加的 IRS 单元数目也随着干扰功率的增加而增加, 即增加相同数目的 IRS 单元数目, 用户平均 BLER 性能改善随着干扰功率的增加而减弱. 例如, 当 $P_j = 0$ 和 IRS 采用 CPS 调整策略时, 为了将用户平均 BLER $\bar{\varepsilon}$ 从 10^{-4} 降低到 10^{-5} , IRS

单元数目需要从 147 增加到 153, 即需要增加 6 个 IRS 单元数目; 当干扰功率为 $P_j = 15$ dBm 时, 采用 CPS 调整策略的 IRS 辅助通信系统将 $\bar{\varepsilon}$ 从 10^{-4} 降低到 10^{-5} 则需要将 IRS 单元数目从 158 增加到 170, 即需要增加的 IRS 单元数目增加到了 12 个; 当干扰功率进一步增加到 $P_j = 20$ dBm 时, 将 $\bar{\varepsilon}$ 从 10^{-4} 降低到 10^{-5} 需要的 IRS 单元数目进一步从 232 增加到 277, 即需要增加的 IRS 单元数目进一步扩大到了 45 个. 产生此种现象的原因为由于 IRS 能为干扰信号提供额外的传输路径, 且随着 IRS 单元数目的增加干扰信号被进一步增强所致. 正如文献[10]所述, 当存在电磁干扰时, 用户接收 SINR 从无电磁干扰时的与 IRS 单元数目平方成正比下降到了仅与 IRS 单元数目成正比, 从而导致相比于无电磁干扰环境. 当存在电磁干扰时, 增加 IRS 单元数目系统改善 SINR 的能力变弱. 用户的接收 SINR 与其平均 BLER 成反比, 因此相较于无电磁干扰环境, 当存在电磁干扰时, 为了达到相同的平均 BLER 系统需要更多的 IRS 单元数目, 且随着电磁干扰的增强, 所需 IRS 单元数目进一步增加.

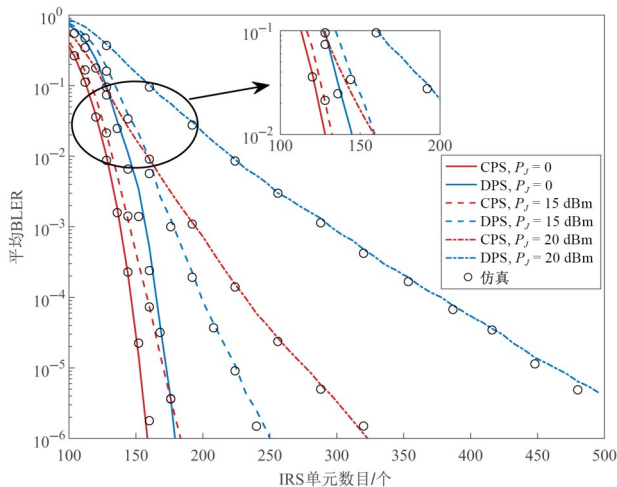


图3 平均 BLER 随 IRS 单元数目变化的曲线

图 4 给出了 IRS 采用最优 CPS 调整策略时不同电磁干扰强度下为了满足用户可靠性要求系统所需最小传输块长 T_{\min} 随 IRS 单元数目变化的曲线. 在图 4 中, 假定发射功率 P 为 3 dBm 和 10 dBm, 干扰功率 P_j 为 0、25 dBm 和 30 dBm, 用户平均 BLER 门限 $\bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 为 10^{-8} . 由图 4 可知, 首先, 对于给定的发射功率, 增加 IRS 单元数目能减少 T_{\min} (即降低系统传输时延); 对于给定的 IRS 单元数目, 增加发射功率也能减少 T_{\min} . 最后, 随着干扰功率的增加, 在给定的发射功率下为了达到相同的 T_{\min} , 系统所需 IRS 单元数目显著增加, 如当 $P=3$ dBm 和 $T_{\min}=370$ 时, 系统所需 IRS 单元数目从 $P_j=0$ 时的 80 增大到了 $P_j=25$ dBm 时的 155.

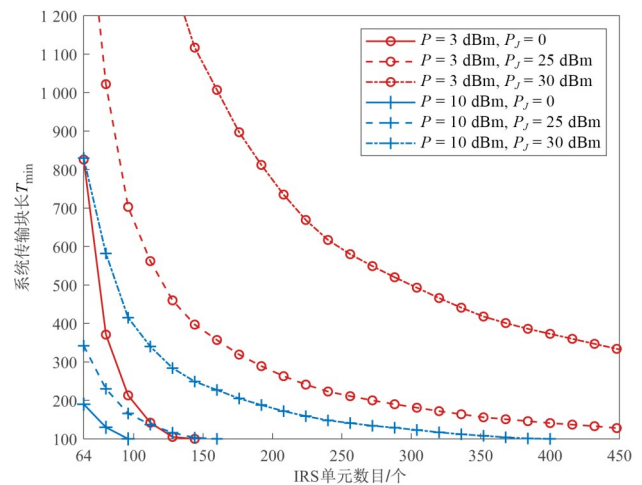
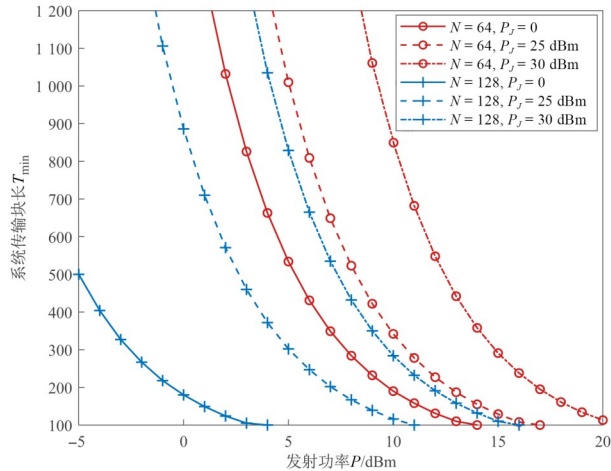


图4 T_{\min} 随 IRS 单元数目变化曲线

图 5 则给出了当 IRS 采用最优 CPS 调整策略时, 在不同电磁干扰强度下, T_{\min} 随发射功率变化的曲线. 在图 5 中, 假定 IRS 单元数目 N 为 64 和 128, 干扰功率 P_j 仍为 0 dBm、25 dBm 和 30 dBm, 用户平均 BLER 门限 $\bar{\varepsilon}^{\text{th}}$ 仍为 10^{-8} . 由图 5 可知, 当 $N=64$ 、 $P_j=0$ 和 $P=3$ dBm 时, T_{\min} 为 830. 为了降低传输时延, 系统可以通过增加发射功率或者增加 IRS 单元数目来减少 T_{\min} . 当 IRS 单元数目 $N=64$ 保持不变和 $P_j=0$ 时, 由图 5 可知, 通过增加发射功率将 T_{\min} 从 830 减少到 130, 需要将发射功率 P 从 3 dBm 增加到 12 dBm, 即 P 增加了 9 dBm; 当发射功率 $P=3$ dBm 保持不变和 $P_j=0$ 时, 由图 4 可知, 通过增加 IRS 单元数目将 T_{\min} 从 830 减少到 130, 需要将 IRS 单元数目从 64 增加到 117, 即 IRS 单元数目增加了 53 个. 当干扰功率增大到 $P_j=30$ dBm 且 $N=64$ 时, 为了达到 $T_{\min}=830$, 由图 5 可知, 系统所需发射功率 $P=10$ dBm. 此种情况下, 通过增加发射功率将 T_{\min} 从 830 减少到 130, 系统需要将发射功率 P 从 10 dBm 增加到 19.2 dBm, 即 P 增加了 9.2 dBm. 当发射功率 $P=10$ dBm 保持不变和 $P_j=30$ dBm 时, 通过增加 IRS 单元数目将 T_{\min} 从 830 减少到 130, 则需要将 IRS 单元数目从 64 增加到 288, 即 IRS 单元数目增加了 224 个. 由上述数据可以看出, 首先, 为了达到相同的 T_{\min} , 随着干扰功率的增大系统需要更高的发射功率或者更多的 IRS 单元数目; 其次, 在有无电磁干扰环境下系统通过增加发射功率的方法将 T_{\min} 从 830 减少到 130 所需增加的发射功率基本相同, 但当系统采用增加 IRS 单元数目的方法将 T_{\min} 从 830 减少到 130 时, 在强电磁干扰强度下, 系统所需增加的 IRS 单元数目远大于无电磁干扰强度下系统所需增加的 IRS 单元数目. 这一现象表明: 相较于无电磁干扰环境, 存在强电磁干扰时系统通过增加相同的 IRS 单元数目来降低系统传输时延的效果变差.

图 5 T_{\min} 随发射功率变化曲线

5 结论

针对 URLLC 场景,本文分析了电磁干扰对 IRS 辅助单用户 MISO SPC 系统性能的影响. 在所有通信链路服从莱斯衰落且 IRS 利用统计 CSI 进行相位偏移调整的假设下,本文首先利用 CLT 和矩匹配方法推导出了用户接收 SINR 的 CDF 表达式;其次,利用 GCQ 积分法和 SPC 相关理论推导了用户平均 BLER 表达式,并在用户平均 BLER 约束下给出了一种基于二分法的传输块长优化算法;最后,通过仿真验证了理论分析的有效性,仿真结果显示:电磁干扰严重恶化了 IRS 辅助 SPC 系统实现 URLLC 的性能,在存在电磁干扰的环境下,通过增加 IRS 单元数目来降低用户平均 BLER 和减少系统传输块长的能力显著弱于其在无电磁干扰环境中的能力.

参考文献

- [1] WU Q Q, ZHANG S W, ZHENG B X, et al. Intelligent reflecting surface-aided wireless communications: A tutorial[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(5): 3313-3351.
- [2] 张祖凡, 杨作为, 王国仲. 智能反射表面辅助太赫兹信道估计的低复杂度算法[J]. 电子与信息学报, 2023, 45(10): 3640-3647.
ZHANG Z F, YANG Z W, WANG G Z. A low complexity algorithm for intelligent reflective surface-assisted terahertz channel estimation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2023, 45(10): 3640-3647. (in Chinese)
- [3] 熊迎香, 徐勇军, 陈前斌, 等. 基于硬件损伤与离散相移的 IRS 辅助 MU-MISO 通信系统鲁棒能效优化算法[J]. 电子学报, 2024, 52(6): 1832-1841.
XIONG Y X, XU Y J, CHEN Q B, et al. Robust energy-efficient optimization algorithm for intelligent reflecting surface-aided MU-MISO communication systems with hardware impairments and discrete phases[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(6): 1832-1841. (in Chinese)
- [4] HU X L, ZHONG C J, ZHANG Y, et al. Location information aided multiple intelligent reflecting surface systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(12): 7948-7962.
- [5] XU P, NIU W Q, CHEN G J, et al. Performance analysis of RIS-assisted systems with statistical channel state information[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(1): 1089-1094.
- [6] ADHIKARI M, HAZRA A. 6G-enabled ultra-reliable low-latency communication in edge networks[J]. IEEE Communications Standards Magazine, 2022, 6(1): 67-74.
- [7] POLYANSKIY Y, POOR H V, VERDU S. Channel coding rate in the finite blocklength regime[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(5): 2307-2359.
- [8] HASHEMI R, ALI S, MAHMOOD N H, et al. Average rate and error probability analysis in short packet communications over RIS-aided URLLC systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(10): 10320-10334.
- [9] REN H, WANG K Z, PAN C H. Intelligent reflecting surface-aided URLLC in a factory automation scenario[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022, 70(1): 707-723.
- [10] DE JESUS TORRES A, SANGUINETTI L, BJÖRNSON E. Electromagnetic interference in RIS-aided communications[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 11(4): 668-672.
- [11] SHI E Y, ZHANG J Y, NG D W K, et al. Uplink performance of RIS-aided cell-free massive MIMO system with electromagnetic interference[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2023, 41(8): 2431-2445.
- [12] TOTA KHEL A M, HAMDI K A. Performance analysis of IRS-assisted full-duplex wireless communication systems with interference[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(9): 2027-2031.
- [13] ALMAGHTHAWI S, ALSUSA E, AL-DWEIK A. On the performance of IRS-aided NOMA in interference-limited networks[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2023, 13(2): 560-564.
- [14] JIA Y H, YE C C, CUI Y. Analysis and optimization of an intelligent reflecting surface-assisted system with interference[C]//ICC 2020 - 2020 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE, 2020: 1-6.

- [15] ABRAMOWITZ M, STEGUN I A, DAVID M M. Handbook of Mathematical Functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables[M]. Washington, DC: Department of Commerce, 1967.
- [16] 袁磊, 徐婧, 莫名秀, 等. 硬件损伤下 IRS 辅助下行 NOMA 短包通信性能分析[J]. 通信学报, 2023, 44(11): 237-248.
YUAN L, XU J, MO M X, et al. Performance analysis of IRS aided downlink NOMA short-packet communication with hardware impairment[J]. Journal on Communications, 2023, 44(11): 237-248. (in Chinese)
- [17] CHARISHMA M, SUBHASH A, SHEKHAR S, et al. Outage probability expressions for an IRS-assisted system with and without source-destination link for the case of quantized phase shifts in κ - μ fading[J]. IEEE Transactions on Communications, 2022, 70(1): 101-117.
- [18] DING Z G, SCHOBBER R, POOR H V. On the impact of phase shifting designs on IRS-NOMA[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2020, 9(10): 1596-1600.
- [19] YUAN L, DU Q Y, YANG N, et al. Performance analysis of IRS-aided short-packet NOMA systems over nakagami-m fading channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(6): 8228-8233.
- [20] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 第4版. 北京: 高等教育出版社, 2008.
SHENG Z, XIE S Q, PAN C Y. Probability and Mathematical Statistics[M]. 4th ed. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese)
- [21] YU Y H, CHEN H, LI Y H, et al. On the performance of non-orthogonal multiple access in short-packet communications[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(3): 590-593.
- [22] LE N P, LE K N. Uplink NOMA short-packet communications with residual hardware impairments and channel estimation errors[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(4): 4057-4072.
- [23] TRAN D D, SHARMA S K, CHATZINOTAS S, et al. Short-packet communications for MIMO NOMA systems over nakagami-m fading: BLER and minimum block-length analysis[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(4): 3583-3598.
- [24] LEVITIN A. 算法设计与分析基础[M]. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2004.
LEVITIN A. Introduction to The Design and Analysis of Algorithms[M]. 3th ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)
- [25] GAN X, ZHONG C J, HUANG C W, et al. RIS-assisted multi-user MISO communications exploiting statistical CSI[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(10): 6781-6792.
- [26] ESKANDARI M, ZHU H L, SHOJAEIFARD A, et al. Statistical CSI-based beamforming for RIS-aided multiuser MISO systems via deep reinforcement learning[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2024, 13(2): 570-574.
- [27] LV S Y, XU X D, HAN S J, et al. Energy-efficient secure short-packet transmission in NOMA-assisted mMTC networks with relaying[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(2): 1699-1712.
- [28] HOANG T M, NGUYEN B C, TRAN P T, et al. Outage analysis of RF energy harvesting cooperative communication systems over nakagami-m fading channels with integer and non-integer m[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(3): 2785-2801.
- [29] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. 7th ed. New York: Academic Press, 2007.

附录 A 定理 1 的证明

由于 X 和 Y 为两个相互独立的服从伽玛分布的 RV, 因此 Z 的 CDF 表达式为

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \iint_{\frac{x}{y+b} \leq z} f_X(x)f_Y(y)dx dy \\ &\stackrel{\text{步骤(a)}}{=} \int_0^\infty \int_0^{z(y+b)} \frac{\beta_1^{\alpha_1} \beta_2^{\alpha_2} e^{-(\beta_1 x + \beta_2 y)}}{\Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} x^{\alpha_1-1} y^{\alpha_2-1} dx dy \quad (\text{A1}) \\ &\stackrel{\text{步骤(b)}}{=} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^\infty \frac{\gamma(\alpha_1, \beta_1 z(y+b))}{\Gamma(\alpha_1)} y^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 y} dy \end{aligned}$$

其中, 步骤 (a) 通过将伽玛分布的 PDF 公式代入得到, 步骤 (b) 利用下不完全伽玛函数的定义得到.

当 α_1 为整数时, 由文献[28]可知:

$$\frac{\gamma(\alpha_1, \beta_1 z(y+b))}{\Gamma(\alpha_1)} = 1 - e^{-\beta_1 z(y+b)} \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \frac{(\beta_1 z(y+b))^k}{k!} \quad (\text{A2})$$

将式 (A2) 代入式 (A1) 可得:

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^\infty y^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 y} dy \\ &\quad - \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^\infty y^{\alpha_2-1} e^{-(\beta_2 + \beta_1 z)y - \beta_1 z b} \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \frac{(\beta_1 z(y+b))^k}{k!} dy \quad (\text{A3}) \end{aligned}$$

利用文献[29]可得式 (A3) 中第一项为

$$\frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^\infty y^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 y} dy = 1 \quad (\text{A4})$$

式(A3)的第二项可进一步表示为

$$\begin{aligned} & \frac{-\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^\infty y^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 y} e^{-\beta_1 z(y+b)} \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \frac{(\beta_1 z(y+b))^k}{k!} dy \\ & \stackrel{\text{步骤(c)}}{=} \frac{-\beta_2^{\alpha_2} e^{-\beta_1 z b}}{\Gamma(\alpha_2)} \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \sum_{r=0}^k \frac{(\beta_1 z)^k b^r}{r!(k-r)!} \int_0^\infty y^{\alpha_2+k-r-1} e^{-(\beta_2+\beta_1 z)y} dy \\ & \stackrel{\text{步骤(d)}}{=} \frac{-\beta_2^{\alpha_2} e^{-\beta_1 z b}}{\Gamma(\alpha_2)} \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \sum_{r=0}^k \frac{(\beta_1 z)^k b^r}{r!(k-r)!} \times \frac{(\alpha_2+k-r-1)!}{(\beta_2+\beta_1 z)^{\alpha_2+k-r}} \end{aligned} \quad (A5)$$

其中,步骤(c)通过将 $(y+b)^k$ 根据二项式定理展开得到,步骤(d)由文献[29]得到.将式(A4)和式(A5)代入式(A3)可得 α_1 为整数时 Z 的 CDF 闭合表达式为

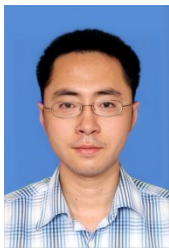
$$F_Z(z) = 1 - \frac{\beta_2^{\alpha_2} e^{-\beta_1 z b}}{\Gamma(\alpha_2)} \sum_{k=0}^{\alpha_1-1} \sum_{r=0}^k \frac{(\beta_1 z)^k b^r}{r!(k-r)!} \frac{(\alpha_2+k-r-1)!}{(\beta_2+\beta_1 z)^{\alpha_2+k-r}} \quad (A6)$$

当 α_1 为非整数时,利用文献[28]可得:

$$\frac{\gamma(\alpha_1, \beta_1 z(y+b))}{\Gamma(\alpha_1)} = e^{-\beta_1 z(y+b)} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\beta_1 z(y+b))^{\alpha_1+k}}{\Gamma(\alpha_1+k+1)} \quad (A7)$$

将其代入式(A1)可得:

作者简介



袁 磊 男,1981年10月出生于甘肃省兰州市.现为兰州大学信息科学与工程学院副教授、硕士生导师.研究方向为智能通信和新一代移动通信技术等.中国电子学会会员编号: E190013434M.
E-mail: yuanl@lzu.edu.cn



雷 妍 女,2001年5月出生于广东省深圳市.现为兰州大学信息科学与工程学院硕士研究生.研究方向为智能反射面技术.
E-mail: leiy2023@lzu.edu.cn

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_0^\infty y^{\alpha_2-1} e^{-\beta_2 y - \beta_1 z(y+b)} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\beta_1 z(y+b))^{\alpha_1+k}}{\Gamma(\alpha_1+k+1)} dy \\ &= \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} e^{-\beta_1 z b} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\beta_1 z)^{\alpha_1+k}}{\Gamma(\alpha_1+k+1)} \\ &\quad \times \int_0^\infty y^{\alpha_2-1} (y+b)^{\alpha_1+k} e^{-(\beta_2+\beta_1 z)y} dy \\ & \stackrel{\text{步骤(e)}}{=} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} e^{\beta_2 b} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\beta_1 z)^{\alpha_1+k}}{\Gamma(\alpha_1+k+1)} \\ &\quad \times \int_b^\infty (y-b)^{\alpha_2-1} y^{\alpha_1+k} e^{-(\beta_2+\beta_1 z)y} dy \end{aligned} \quad (A8)$$

其中,步骤(e)通过将 y 进行变换整理后得到,进一步利用文献[29]可得:

$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \beta_2^{\alpha_2} e^{\frac{(\beta_2-\beta_1 z)b}{2}} \sum_{k=0}^\infty \frac{(\beta_1 z)^{\alpha_1+k} b^{\frac{(\alpha_1+\alpha_2+k-1)}{2}}}{\Gamma(\alpha_1+k+1) (\beta_2+\beta_1 z)^{\frac{(\alpha_1+\alpha_2+k+1)}{2}}} \\ &\quad \times W_{\left(\frac{\alpha_1-\alpha_2+k+1}{2}, \frac{-\alpha_1-\alpha_2-k}{2}\right)} \left((\beta_2+\beta_1 z)b \right) \end{aligned} \quad (A9)$$

证毕.



袁花花 女,1998年12月出生于甘肃省定西市.现为兰州大学信息科学与工程学院硕士研究生.研究方向为短包通信技术.
E-mail: 220220942550@lzu.edu.cn



莫名秀 女,1998年4月出生于广西省玉林市.现为兰州大学信息科学与工程学院硕士研究生.研究方向为NOMA和短包通信技术.
E-mail: 220220943480@lzu.edu.cn